

## Desenvolvimento de método de medição de massa específica pelo princípio de Arquimedes

Ricardo Rezende Zucchini  
Juliana de Souza Themudo

---

### Resumo

O Agrupamento de Materiais de Referência do IPT (AMR) atua no desenvolvimento de inúmeros materiais de referência para composição química e propriedades físicas, especialmente a viscosidade. O AMR está desenvolvendo um método para realizar medições precisas e exatas de massa específica de líquidos, que será utilizado em conjunto com outros métodos, na certificação de materiais de referência de massa específica na faixa entre 0,60 e 1,20 g/cm<sup>3</sup>, em várias temperaturas. Este trabalho apresenta o equacionamento da medição, o desenvolvimento do instrumento e os resultados obtidos pelo emprego deste método de medição simples, em uma série de óleos minerais e sintéticos de diversas viscosidades, além de água pura e alguns compostos puros orgânicos. O método fundamenta a sua rastreabilidade diretamente na massa, no volume e na temperatura e, portanto, prescinde da disponibilidade de padrões de mesma classe, o que reforça e simplifica o processo de certificação de massas específicas. Foram realizados os orçamentos de incertezas envolvidas neste processo de medição e foram realizadas comparações dos resultados obtidos com alguns métodos de medição de massa específica normalizados. É apresentado um estudo comparativo e uma análise de validação do experimento de medição em desenvolvimento.

*Palavras-chave:* Materiais de referência; Massa específica; Arquimedes.

### Developing a measurement method for specific gravity using Archimedes' principle

#### Abstract

The IPT's Group of Materials of Reference of (LRM) works in the development of several reference materials of chemical composition and physical properties, especially the viscosity. LRM is developing a method to accomplish measurements of specific gravity of liquids with good accuracy, that will be used together with other methods, in the certification of reference materials for specific gravity in the range between 0,60 and 1,20 g/cm<sup>3</sup>, at several temperatures. This work presents the establishment of the measurement, the development of the instrument and the results obtained using this simple method of measurement, applied to a series of mineral and synthetic oils with several viscosities, besides pure water and some more organic liquids. The method has its traceability linked directly to the mass, volume and temperature fundamental units and, therefore, doesn't make use of standards of the same type, what makes it more robust and easier the processes of certification of specific gravity reference materials. The of uncertainty budget of this measurement process was accomplished and the results measured were compared with other normalized measurement methods. It is presented a comparative study and an analysis of validation of the measurement method in development.

*Keywords:* Reference materials; Specific gravity; Archimedes.

---

### Introdução

Este trabalho apresenta um primeiro esforço da equipe do Laboratório de Materiais de Referência Orgânicos da Divisão de Química do IPT, tendo em vista desenvolver a técnica de pesagem hidrostática, baseada no clássico princípio de Arquimedes, com o objetivo de iniciar a implementação da certificação de um novo conjunto de materiais de referência de massa específica de líquidos necessário para os laboratórios de

diversos segmentos da indústria e das instituições de pesquisa pura e aplicada.

### O princípio de Arquimedes

Lei fundamental da hidrostática que afirma que todo corpo mergulhado num líquido está sujeito a uma força denominada empuxo, que atua de baixo para cima e é igual ao peso do volume de líquido deslocado. Foi formulada no século III a. C. pelo matemático grego Arquimedes.

Endereço para correspondência:

Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo SA – IPT  
Divisão de Química, Agrupamento de Materiais de Referência  
Av. Prof. Almeida Prado, 535, Butantã – 05508-901 – São Paulo-SP, Brasil  
Fone: +55 11 3767-4661/4702 – Fax: +55 11 3767-4018  
E-mail: zucchini@ipt.br – E-mail: jst@ipt.br

### Modelo matemático

#### Esfera suspensa no ar

Seja uma esfera suspensa em ar por meio de um fio, conforme o esquema apresentado na Figura 1.

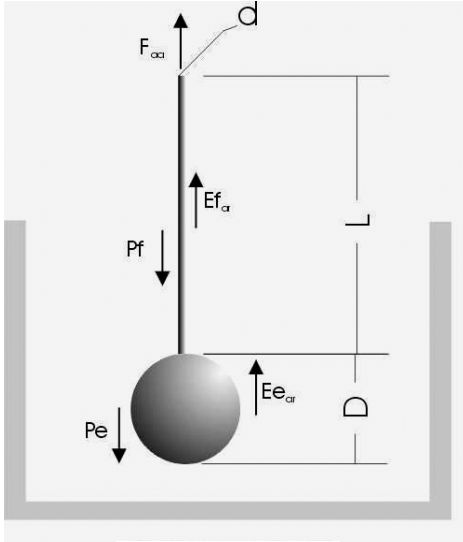


Figura 1 – Esfera suspensa no ar

Em equilíbrio estático, teremos o seguinte relacionamento de forças:

$$F_{aa} + E_{f_{ar}} + E_{e_{ar}} = P_f + P_e$$

Considerando o empuxo que atua sobre os pesos da balança, é possível escrever a seguinte relação aproximada:

$$\begin{aligned} F_{aa} &\cong m_{aparente_{ar}} \cdot g - \left( \frac{\rho_{ar}}{\rho_s} \right) m_{aparente_{ar}} \cdot g = \\ &= \left( 1 - \frac{\rho_{ar}}{\rho_s} \right) m_{aparente_{ar}} \cdot g = \varphi \cdot m_{aparente_{ar}} \cdot g \end{aligned}$$

Desta forma temos:

$$\varphi \cdot m_{aparente_{ar}} + \rho_{ar} \cdot A_f \cdot L + \rho_{ar} \cdot V_e = m_f + m_e \quad (1)$$

#### Esfera suspensa e imersa no líquido

Se a esfera estiver suspensa por um fio e imersa em um líquido, conforme o esquema apresentado na Figura 2, desconsiderando-se efeitos de menor significado, no estado de equilíbrio estático teremos o seguinte relacionamento de forças:

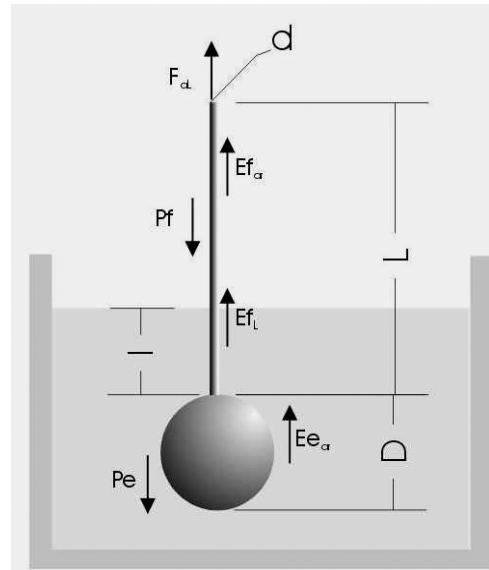


Figura 2 – Esfera imersa em líquido

$$F_{a_L} + E_{f_{ar}} + E_{f_{aL}} + E_{e_{ar}} = P_f + P_e$$

$$\varphi \cdot m_{aparente_e} + \rho_{ar} \cdot A_f \cdot (L - I) + \rho_L \cdot (A_f \cdot I + V_e) = m_f + m_e \quad (2)$$

Com base nas equações 1 e 2 chega-se à equação 3:

$$\rho_L = \left( 1 - \frac{\rho_{ar}}{\rho_s} \right) \cdot \left( \frac{m_{aparente_{ar}} - m_{aparente_{lq}}}{\left( \frac{\pi}{4} \cdot I \cdot d^2 + V_e \right)} \right) + \rho_{ar} \quad (3)$$

Pela equação 3 é possível determinar a massa específica de um líquido, mediante o conhecimento da geometria da esfera e do fio, e também é possível determinar o volume da esfera de medição pela utilização de um material de referência de massa específica bem conhecido.

A equação é utilizada das duas formas neste trabalho, primeiro para determinar o volume da esfera de medição, pela aplicação do método de medição à água pura, cuja densidade é bem conhecida. Em seguida, é utilizada para determinar a densidade de líquidos, mediante o conhecimento do volume da esfera.

#### Massa específica do ar

Na equação 3, a massa específica do ar deve ser conhecida. Neste caso seria possível planejar um experimento para medi-la, ou utilizar uma carta psicrométrica para avaliar o valor desta propriedade nas

condições ambientais de temperatura, umidade e pressão durante a medição.

Uma alternativa conveniente seria utilizar uma equação rigorosa de massa específica do ar úmido (Davis, 1992; Giacomo, 1982), ou como adotado neste estudo, utilizar valores calculados utilizando a equação simplificada recomendada pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas – CIPM (CMM; CIPM, 1981), que fornece uma boa avaliação da massa específica do ar em temperaturas entre 10 e 30°C, umidade relativa inferior a 80% e pressão atmosférica entre 800 e 1.100 hPa.

#### Massa específica dos pesos da balança

A massa específica dos pesos internos da balança utilizada nas medições desenvolvidas neste estudo é informada pelo fabricante como 8.000 kg/m<sup>3</sup> e o valor especificado pela OIML (1994) é de (8.000 ± 190)g/cm<sup>3</sup>.

### Incertezas

Considerando o modelo matemático desenvolvido para a medição, representado pela equação 3, é possível desenvolver a equação geral de incertezas para avaliar a influência de cada uma das variáveis na incerteza do resultado.

$$u_{p_L}^2 = u_{p_{ar}}^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial p_{ar}} \right)^2 + u_{m_{apL}}^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial m_{apL}^R} \right)^2 + u_{m_{apAr}}^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial m_{apAr}} \right)^2 + u_I^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial I} \right)^2 + u_d^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial d} \right)^2 + u_V^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial V} \right)^2 + u_T^2 \left( \frac{\partial p_L}{\partial T} \right)^2$$

Não seria difícil desenvolver as equações das derivadas parciais (coeficientes de sensibilidade) e obter uma solução exata para a incerteza padrão combinada da massa específica do líquido. Neste trabalho, no entanto, optou-se, por simplicidade, por utilizar o método numérico aproximado de Kragten (1994). A opção foi feita pela facilidade de obtenção de valores numéricos da incerteza padrão combinada por este método.

A incerteza combinada total da massa específica obtida pela pesagem hidrostática, calculada para as condições experimentais atuais, é de 0,00006 g/cm<sup>3</sup>.

### Equipamento desenvolvido para este estudo

Para realizar as medições foi necessário montar um aparato constituído por uma balança mecânica de precisão, um banho termostático, um conjunto de esfera e fio, e um recipiente para o fluido, com camisa de refrigeração, conectado ao banho termostático,

capaz de manter a temperatura do líquido dentro de uma faixa de tolerância pré-definida. Da forma como foi projetado, o equipamento tem capacidade de manter o líquido a uma temperatura em uma faixa de 0,08°C.

Além deste aparato, foi necessário realizar as medições em ambiente com temperatura controlada, monitoramento de umidade do ar e de pressão atmosférica. A temperatura da sala de medição é de 20 ± 2°C. Para estas medições foram utilizados um termo-higrômetro eletrônico e um barômetro de Torricelli, de coluna de mercúrio.

A esfera utilizada foi preparada a partir de um monocristal de quartzo, mediante usinagem com microcristais de diamante industrial. A peça produzida possui boa esfericidade, superfície livre de falhas e pequena quantidade de inclusões. O fio de sustentação é feito de uma liga de platina-ródio, que possui baixa elasticidade, apesar de seu diâmetro de 0,16 mm.

### Determinação do volume da esfera

O volume da esfera pode ser determinado utilizando-se um fluido padrão, com massa específica conhecida na temperatura selecionada para a leitura, pela mesma equação 3. Trata-se de um procedimento de calibração baseado na rastreabilidade de medições de massa, temperatura, pressão atmosférica, umidade relativa e em um material de referência de massa específica.

Para este trabalho, foi preparada uma água de elevada pureza, por dupla deionização e ebulição controlada para retirada de gases, que atende à especificação Classe 1 da norma ISO 3696-87 (ISO, 1987). Este material de referência possui massa específica bem conhecida (Tilton; Taylor, 1917; ASTM, 2000).

### Resultados experimentais

#### Volume da esfera

O volume da esfera padrão foi determinado pelo conjunto de dados experimentais apresentados na Tabela 1, desconsiderando os valores obtidos em temperaturas fora da faixa 20,00 ± 0,08°C.

Considerando apenas os valores obtidos em temperaturas dentro da tolerância, obtemos para esta esfera um volume médio de 33,74921 cm<sup>3</sup> a uma temperatura média de 19,99°C.

#### Massa específica da água pura

A massa específica da água padrão foi obtida, como ilustração, mediante o mesmo conjunto válido de dados experimentais, agora considerando o volume da esfera determinado experimentalmente.

Tabela 1– Determinação do volume da esfera padrão

Massa aparente ao ar (g)	Massa aparente imersa (g)	Temperatura do ar (°C)	Temperatura do líquido (°C)	Pressão atmosférica (mBar)	Umidade relativa do ar (%)	Massa específica do ar (g/cm <sup>3</sup> )	Volume da esfera (cm <sup>3</sup> )
89,39372	55,73945	22,1	20,12*	944,0	42,0%	0,001109	33,74661
89,39399	55,73895	22,3	19,92	944,0	43,0%	0,001108	33,74735
89,39601	55,73914	20,4	20,05	944,0	42,0%	0,001116	33,74942
89,39635	55,73989	20,9	19,95	944,0	45,0%	0,001114	33,74894
89,39692	55,73916	20,9	20,01	944,0	42,0%	0,001114	33,75025
89,39688	55,73967	22,0	20,24*	944,0	42,0%	0,001110	33,74957
89,39736	55,73963	22,0	20,02	944,0	42,0%	0,001110	33,75009

\*Valores fora da faixa de 20,00±0,08°C

O valor médio para a massa específica deste material foi medido como 0,99823 g/cm<sup>3</sup>. O valor de referência para a massa específica deste material é de 0,99823 g/cm<sup>3</sup>.

Tabela 2 – Determinação da massa específica da água pura

Massa aparente ao ar (g)	Massa aparente imersa (g)	Temperatura do ar (°C)	Temperatura do líquido (°C)	Pressão atmosférica (mBar)	Umidade relativa do ar (%)	Massa específica do ar (g/cm <sup>3</sup> )	Massa específica do fluido (g/cm <sup>3</sup> )
89,39399	55,73895	22,3	19,92	944,0	43,0%	0,001108	0,99818
89,39601	55,73414	20,4	20,05	944,0	42,0%	0,001116	0,99824
89,39635	55,73989	20,9	19,95	944,0	45,0%	0,001114	0,99822
89,39692	55,73916	20,9	20,01	944,0	42,0%	0,001114	0,99826
89,39736	55,73963	22,0	20,02	944,0	42,0%	0,001110	0,99826

#### Massa específica do etanol absoluto

A massa específica de uma amostra de etanol

absoluto foi obtida pelos dados experimentais apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Determinação da massa específica do etanol absoluto

Massa aparente ao ar (g)	Massa aparente imersa (g)	Temperatura do ar (°C)	Temperatura do líquido (°C)	Pressão atmosférica (mBar)	Umidade relativa do ar (%)	Massa específica do ar (g/cm <sup>3</sup> )	Massa específica do fluido (g/cm <sup>3</sup> )
89,39727	62,72169	22,0	19,95	944,0	42,0%	0,001110	0,79138
89,39691	62,76596	21,9	20,02	943,0	39,0%	0,001109	0,79008
89,39867	62,74072	20,6	20,01	943,0	38,0%	0,001115	0,79088

O valor médio para a massa específica deste material foi medido como 0,79079 g/cm<sup>3</sup>. O valor de referência (ABNT, 1980) para a massa específica deste material a 20°C é de 0,7893 g/cm<sup>3</sup>.

#### Massa específica do ciclohexano

A massa específica de uma amostra de ciclohexano foi obtida pelos resultados experimentais apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Determinação da massa específica do ciclohexano

Massa aparente ao ar (g)	Massa aparente imersa (g)	Temperatura do ar (°C)	Temperatura do líquido (°C)	Pressão atmosférica (mBar)	Umidade relativa do ar (%)	Massa específica do ar (g/cm <sup>3</sup> )	Massa específica do fluido (g/cm <sup>3</sup> )
89,39738	63,15932	22,0	19,95	944,0	42,0%	0,001110	0,77844
89,39785	63,15901	22,0	20,05	943,0	40,0%	0,001109	0,77846
89,39235	63,14999	22,0	19,07	944,0	39,1%	0,001110	0,77857

O valor médio para a massa específica deste material foi medido como 0,77849 g/cm<sup>3</sup>. O valor de referência (ASTM, 2000) para a massa específica deste material a 20°C é de 0,77827 g/cm<sup>3</sup>.

### Comparação com outros métodos

Foram feitas algumas medições das massas específicas dos materiais selecionados neste trabalho na temperatura de 20°C por outros métodos, com finalidade ilustrativa. Os resultados médios obtidos de três repetições estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Comparação de massas específicas obtidas por alguns métodos (g/cm<sup>3</sup>)

Método	Norma	Água Pura (ISO 3696)	Ciclohexano	Etanol Absoluto
Pesagem Hidrostática (Princípio de Arquimedes)	–	0,99823	0,77849	0,79079
Vibracional (Equipamento Anton Paar DMA48)	ASTM D 4052 (ASTM, 1996)	0,9981	0,7785	0,7897
Vibracional (Equipamento Anton Para DMA4500)	ASTM D 4052 (ASTM, 1996)	0,99819	0,77860	0,78990
Valores de Referência a 20°C	Refs. Davis, 1992; ASTM, 2000; ABNT, 1980	0,99823	0,77827	0,7893

### Discussão

O experimento permitiu identificar as principais dificuldades de implementação de um método de medição baseado no princípio da pesagem hidrostática.

Uma dificuldade foi obter uma esfera com características geométricas, físicas e químicas adequadas ao contato com fluidos de diferentes comportamentos.

Menciona-se também a necessidade de se controlar a temperatura da amostra em ambiente de pesagem, que tem relativa influência na repetitividade dos resultados experimentais. Instabilidades térmicas mínimas podem gerar movimentos no fluido que podem ser sentidos por uma balança de maior sensibilidade.

A tensão superficial da interface líquido–fio não foi considerada neste trabalho inicial, mas é importante minimizá-la e considerar seu efeito na contabilização das forças que atuam no sistema, quando for necessário obter maior exatidão. Existem muitos desafios a serem vencidos.

Na comparação com métodos estabelecidos, foi possível perceber a proximidade de resultados experimentais obtidos. Os resultados numéricos são promissores, embora nesta fase ainda não se tenha tido maior preocupação em buscar a exatidão dos resultados obtidos.

De maneira geral, verificou-se que a utilização do método é relativamente simples, resguardadas as condições de controle ambiental, e que a estabilidade dos resultados depende da manipulação adequada do padrão e da manutenção do controle de temperaturas, o que nem sempre é tarefa trivial.

### Comentários finais

Este trabalho foi realizado com o objetivo de iniciar o desenvolvimento de um método primário de medição de massa específica. Esta experiência permitiu realizar uma adequada revisão bibliográfica sobre o tema, construir um sistema de medição modesto, mas efetivo, permitiu também conhecer os principais problemas práticos encontrados no desenvolvimento do método e, possibilitou a implementação de algumas soluções práticas.

No momento da publicação deste trabalho, uma nova versão deste sistema de medição está sendo construída, e acreditamos que com base nesta versão, aperfeiçoada, será possível realizar determinações de massa específica de líquidos com incertezas menores, mediante um melhor controle de temperatura e posicionamento das amostras. Com o novo sistema será possível preparar materiais de referência de massa específica de líquidos, capazes de prover rastreabilidade para os mais atuais instrumentos de medição desta propriedade.

### Símbolos

- $m_{aparente\ ar}$  – massa aparente da esfera suspensa em ar
- $m_{aparente\ L}$  – massa aparente da esfera suspensa em líquido
- $m_e$  – massa da esfera
- $m_f$  – massa do fio
- $F_{aa}$  – força exercida para manter o sistema em equilíbrio no ar

$E_{e_{ar}}$  – empuxo do ar sobre a esfera  
 $E_{e_L}$  – empuxo do líquido sobre a esfera  
 $E_{f_L}$  – empuxo do líquido sobre a parte do fio imersa no líquido  
 $E_{f_{ar}}$  – empuxo do ar sobre a parte do fio acima do líquido  
 $A_f$  – área da seção transversal do fio  
 $L$  – comprimento total do fio  
 $I$  – comprimento da parte imersa do fio  
 $V_e$  – volume da esfera  
 $\rho_{ar}$  – densidade do ar  
 $\rho_L$  – densidade do líquido  
 $\rho_s$  – densidade dos pesos internos da balança (cerca de 8.000 kg/m<sup>3</sup>)  
 $\varphi$  – fator de correção ( $\varphi = 1 - (\rho_{ar}/\rho_s)$ )  
 $g$  – aceleração da gravidade  
 $u_x$  – incerteza padrão da variável x

### Agradecimentos

Agradecemos o apoio recebido da equipe do Laboratório de Combustíveis e Lubrificantes da Divisão de Química do IPT, pela contribuição dada a este estudo mediante as medições de massa específica por densimetria vibracional.

### Referências

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5995. Determinação da massa específica e do teor

alcoólico do álcool etílico e suas misturas com água. Rio de Janeiro, 1980.

ASTM – American Society for Testing and Materials. *ASTM D3505-96* (Reapproved 2000). Standard test method for density or relative density of pure liquid chemicals. 2000.

\_\_\_\_\_. *ASTM D4052*. Standard test method for density of liquids by digital densimetry. 1996.

CMM – Consultative Committee for Mass; CIPM – Comité International des Poids et Mesures. *1981/91 equation for the determination of the density of moist air*. 1981.

DAVIS, R. S. Equation for the density of moist air. *Metrologia*, v. 29, p. 67-70, 1992.

GIACOMO, P. Equation for the density of moist air. *Metrologia*, v. 18, p. 33-40, 1982.

ISO – International Organization for Standardization. *ISO 3696-87*. Water for analytical laboratory use – specifications and test methods, 1987.

KRAGTEN, J. Calculating standard deviations and confidence intervals with an universally applicable spreadsheet technique. *Analyst*, v. 119, p. 2161-2166, 1994.

OIML – International Organization of Legal Metrology. *International Recommendation Nr.111:1994*, Weights of Classes E1, E2, F1, F2, M1, M2, M3, 1994.

TILTON; TAYLOR. National bureau of standards research paper 971, *NBS Journal of Research*, v. 18, p. 213, 1917.

Sobre os autores:

**Ricardo Rezende Zucchini** é mestre em Engenharia de Computação, engenheiro químico no Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo SA.

**Juliana de Souza Themudo** é graduada em Química Industrial pelas Faculdades Oswaldo Cruz e mestranda pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo SA.